

**Original Article in Portuguese follows the english version**

## **Comparison Between Mathematical Modeling Approaches of Thermal Profile During Slab Re-Heating**

Antonio Augusto Gorni<sup>1</sup>

Vicenzo Bruno Formica<sup>2</sup>

Ovidiu Bogdan<sup>3</sup>

1 Materials Engineer, Master in Engineering, Researcher of the Research and Product Development Department of Companhia Siderúrgica Paulista - COSIPA. E-Mail: agorni@uol.com.br, 2 Metallurgist and Quality Engineer (ASQC), Process Analyst of the Laboratory Management of Companhia Siderúrgica Paulista - COSIPA., 3 Industrial Soft, Montreal, Canada

### **Summary**

A preliminary evaluation of the performance of the Finite Differences Method and the Finite Element Method was performed in calculating the thermal profile over time at selected points of reheated slabs. The results obtained from these algorithms, without adjustment of the models to the experimental data, revealed that the Finite Element Method presented better overall performance, calculating with better accuracy the temperature at the moment of the desorption. However, this evaluation is still partial, since the development of an efficient mathematical model for the automatic control of a plate furnace requires better instrumentation in the equipment and more data so that the algorithms are properly adjusted to the operating conditions peculiar to the line.

Keywords: Plate Reheating Furnace, Mathematical Modeling, Finite Differences Method, Finite Element Method

### **Introduction**

The rational and economical operation of plate reheating furnaces requires the process to be conducted in a way that maximizes its energy savings and metallic yield without affecting the homogeneity of the watering of the material.

One of the most powerful tools to optimize the conduction of this process are effective and proven mathematical models in relation to the operational reality of the plant.

The mathematical models of plate reheating furnaces can be used off-line, making possible the simulation of several operational conditions and their reflections on the quality of the waterlogging of the material, its surface condition, energy consumption, emission of pollutants, etc. These models can reach a high degree of sophistication, since transport phenomena occurring in industrial furnaces are complex, including simultaneous processes of combustion, fluid flow and heat transfer. Three-dimensional scale modeling represents the maximum degree of sophistication these models can assume. The results obtained by these models allow to define the optimized process conditions.

These complex simulations also support the development of simpler but equally effective mathematical models, which are quickly implemented, to be applied to the on-line control of the furnace through automation systems. In this case, the mathematical models must be small, as their response must be as fast as possible to speed up the decision-making process during the reheating process.

This work has the objective of making a preliminary evaluation of two types of mathematical modeling for the reheating furnace, based on real data of thermal plate profile, measured in the COSIPA Thick Sheet Laminator. The first one, developed at COSIPA, was based on the Finite Differences Method. The second, implemented by Industrial Soft, of Canada, uses the Finite Element Method. Since there is no automation forecast for this equipment in the medium term at COSIPA, this work will not try to exhaust the possibilities of adapting these models to the real data, a development that will be more appropriate when there is a more solid perspective of effective application of these models.

## Equipment Details

The plate reheating furnace studied in this work is installed in the Thin Sheet Lamination line of Companhia Siderúrgica Paulista - COSIPA. Its internal walls consist of a silica-alumina refractory lining, with about 50% alumina. It has long flame burners in its lower zones and with flat flame in the upper zones. It uses coke gas, natural gas or fuel oil as fuels. Its recuperators are ceramic type and the chimney has a natural draft. Its heating power is of the order of 370 Mcal / t, considering an average production rate equal to 120 t / h of plates.

## Equation of Heat Transfer by Finite Differences [1-6]

In most industrial furnaces, radiation is the main form of heat transfer. It comes from the gases produced by the combustion and the surface of the inner walls of the furnace, heating the surface of the load. The heat is transferred from there to the interior of the parts through driving processes. In certain cases, depending on the magnitude of the temperatures involved, the convection effect on the heat transfer should be considered. At first, in the specific case of plate reheating furnaces, it can be neglected, depending on the high temperatures involved.

The peculiar internal geometry of most industrial ovens allows it to be expressed as a pair of infinite plates. When considering heat transfer exclusively by radiation, the situation is not very different from a parallelepiped surface with side walls in relative equilibrium. This approach is particularly suitable when the axial flux of radiation in the furnace is not expressive.

The heat conduction in variable regime into the load can be expressed by the two-dimensional Fourier differential equation:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

where  $\rho$  is the density of steel, its  $C_p$  is specific heat,  $T$  is temperature,  $t$  is time and  $\lambda$  is the thermal conductivity of the material.

The specific geometry of the plates allows, in a first approximation, to assume one-dimensional heat transfer. The reason for this simplification lies in the fact that the software for solving the finite difference heat transfer equations had to be specially developed for this work. In this way the development time of the mathematical model was reduced without significantly affecting its accuracy. Otherwise, the development time of the model, which, even with this simplification, was already significant, would be even greater.

The boundary condition for a surface is defined by the equation,

$$K \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_S = \sigma \mathfrak{F} A (T_f^4 - T_s^4) + H_c (T_g - T_s) \quad (2)$$

where  $K$  is the thermal conductivity of the plate,  $y$  is the plate thickness,  $\sigma$  is the Stefan-Boltzmann constant,  $\mathfrak{F}$  is the form factor,  $A$  is the surface area of the plate,  $T_f$  is the furnace temperature,  $T_s$  is the temperature at the surface of the plate,  $T_g$  is the temperature of the heated gases constituting the furnace atmosphere and  $H_c$  is the heat transfer coefficient by convection. This equation is completely defined considering the initial conditions of temperature distribution along the load at the initial time of heating. Its solution was made through the application of the finite difference method, neglecting the second portion, which refers to the heat transfer by convection.

It was assumed that plate heating occurred symmetrically along the thickness, that is, that the temperature evolution was similar both in the upper half of the plate and in its lower half. This does not

exactly correspond to the operational reality, but rather simplifies the problem, making it valid as a first approximation to solve the problem.

The refractory walls of the furnace, heated by the flames of the burners, transfer heat to the surface of the plates by radiation. The inside of the plates is heated from the surfaces by conduction. Thus, the thermal profile of the plate is determined by conduction heat transfer equations. Assuming that the convective heat transfer component is negligible, we have that the heat transfer coefficient by radiation  $H_{rd}$  can be calculated by the following formula:

$$H_{rd} = \mathfrak{F} \sigma \frac{(T_f^4 - T_s^4)}{(T_f - T_s)} \quad (3)$$

Once it has been assumed that the plate, the dome and the sill of the furnace can be considered to be infinite planes, the equation describing the form factor  $\mathfrak{F}$  is

$$\mathfrak{F} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{pl}} + \frac{1}{\varepsilon_f} - 1} \quad (4)$$

where  $\varepsilon_{pl}$  is the emissivity of the plate and  $\varepsilon_f$  is the emissivity of the silica-alumina refractory walls of the furnace. Thus, for example, assuming their values of 0.8 and 0.6 for these emissivities, we have that the form factor will be equal to 0.364.

Assuming the one-dimensional condition in the direction of thickness and assuming the thermal losses by the negligible spars, equation (2) becomes

$$K \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{z=e} = H_{rd} (T_f - T_s) \quad (5)$$

The adoption of simplifying hypotheses implies significant deviations from the operational reality. For example, the heat lost in the cooling water may represent 7.8% of the total heat supplied to the plate furnace by burning the fuel. This value is equivalent to the heat absorbed by a cooling water flow in the order of 230 m<sup>3</sup> / h, heated from 25 to 40 °C. Another considerable deviation occurs when considering the refractory walls of the furnace as being adiabatic; in fact, the loss through them represents 6.7% of the total heat supplied to the plate furnace.

These errors, although significant, do not significantly affect the accuracy of the mathematical models for the determination of the thermal profiles of the plate during its reheating, not impairing its suitability for use in systems for automatic control of reheating furnaces.

The model for calculating the thermal profiles during the reheating of plates using the finite difference method was written in GWBasic. Its execution time does not exceed one minute, considering the division of half the thickness into 10 equal segments, which was the condition used in the calculations for this work. The program requires knowledge of the thermal properties of the material (thermal conductivity, specific heat, density) and its dependence on the temperatures involved. Also the initial plate temperature must be known.

## Equation of Heat Transfer by Finite Elements

In this case a more user friendly software was used, which allows the resolution of heat transfer problems from the description of the geometric configuration and thermal conditions of the equipment to be modeled. The mathematical resolution of the equations, made by the Finite Element Method, is transparent to the user.

Due to these more favorable conditions, it was decided to assume two-dimensional heat transfer, that is, the model maps the plate temperatures in both thickness and width directions.

In this specific case, the heating of the plate was considered symmetrical both along the width and in the thickness of the material. As previously stated, this does not correspond exactly to reality, particularly in the case of thickness, but rather simplifies the problem reasonably, allowing a first approximation for calculating the plate soak level.

In this case, the initial conditions are defined by equation (6), while the boundary conditions are represented by equations (7) to (9), according to Diriclet (7), Cauchy (8) and Neumann (9):

$$T = T_0, t = 0 \quad (6)$$

$$T = g(x, y), \quad \forall M(x, y) \in S_T \quad (7)$$

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) + q = 0, \quad \forall N(x, y) \in S_q \quad (8)$$

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) + \alpha(T - T_0) = 0, \quad \forall P(x, y) \in S_\alpha \quad (9)$$

where T is the temperature in the initial stage of heating, q is heat flux,  $\alpha$  is the overall heat transfer coefficient and S<sub>T</sub>, S<sub>q</sub> and S <sub>$\alpha$</sub>  are the surfaces where the boundary conditions of Diriclet, Cauchy et Neumann are imposed.

The equations above, together with equation (1), form the basis of the generic mathematical model for simulation of heat transfer that occurs during metallurgical processes.

In some metallurgical processes it must be taken into account that there may be internal sources of heat within the object being considered in the thermal model. However, its quantification is difficult to make within the Fourier equation, since this latent heat usually occurs only within a delimited range of temperatures and may appear non-uniformly. However, there are some methods that allow its inclusion within the general model of heat transfer. For example, the equation below:

$$C'_l = C_l + \frac{L}{\delta T} \quad (10)$$

where C' 1 is the specific heat including internal source, C l is the specific heat without internal source, L is the latent heat and  $\delta T$  is the temperature range considered.

The analytical model can not be solved in computers directly in the form in which it is found, being necessary to transform it into an integral equation. This conversion is possible by knowing the differential form of the Fourier equation (1) and the boundary conditions (8) and (9). The following formula is obtained:

$$\pi = \int_V \frac{1}{2} \left[ \lambda_T \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda_T \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dV + \int_V \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} T dV + \int_{S_q} q T dS + \int_{S_\alpha} \frac{\alpha}{2} (T - T_\alpha) dS \quad (11)$$

Considering the discretization of the domain of analysis V , in the form of finite elements of quadrilateral format and functions of linear form, the following formula can be proposed:

$$\hat{T}(x, y, t) = N_1(x, y) \cdot T_1(t) + N_2(x, y) \cdot T_2(t) + N_3(x, y) \cdot T_3(t) + N_4(x, y) \cdot T_4(t) \quad (12)$$

where  $N_1(x, y)$ ,  $N_2(x, y)$ ,  $N_3(x, y)$  and  $N_4(x, y)$  are the shape functions and  $T_1(t)$ ,  $T_2(t)$ ,  $T_3(t)$  and  $T_4(t)$  are the temperatures inside the finite element nodes.

Considering the function of temperature approximation and imposing the stationary condition we will have:

$$\sum_I^n (\int_V e B^T D B T^e dV + \int_V e \rho C_p \frac{\partial \hat{T}}{\partial t} N dV + \int_{S_q} e q N^T dS + \int_{S_\alpha} e N N^T T^e dS + \int_{S_\alpha} e \alpha T_\alpha N^T dS) = 0 \quad (13)$$

We can now write this matrix equation in the following form:

$$K_1^e \cdot \dot{T}^e + (K_2^e + K_3^e) \cdot T = K_4^e \quad (14)$$

Assuming all the finite elements of the analyzed domain, we obtain the final system of equations:

$$K_I \cdot \dot{T} + (K_2 + K_3) \cdot T = K_4 \quad (15)$$

The resolution of the problem in a non-stationary regime is done using the finite difference method. In order to estimate the initial temperatures, which will form the basis for a new calculation cycle, the following equations are used:

$$\left(\frac{2}{\Delta t} K_I + K_2 + K_3\right) \cdot T_{n+1} = \left(\frac{2}{\Delta t} K_I - K_2 - K_3\right) \cdot T_n + (K_{4,n+1} + K_{4,n}) \quad (16)$$

Note that  $n$  and  $n + 1$  correspond to two consecutive time steps  $t$  and  $t + dt$ .

These last equations allow to determine the temperature inside the finite element nodes at time  $t + dt$  provided the temperatures corresponding to moment  $t$  are known.

The mathematical model described above served as the basis for the development of a computer program for solving the non-stationary Fourier equation using the Finite Element Method. This program, called SimCAD, is written in Pascal language and uses all three of the contour conditions already described. It allows the use of a maximum of 10,000 finite elements, and automatic generation of network resource (automeshing). The mesh used here covered a quarter of the cross-section of the board, i.e. the area delimited by half the width by half the thickness. It consisted of 100 points along the width by 14 points along the thickness. The description of the geometric system can be made through a Computer Aided Engineering program, such as AutoCAD, DesignCAD or similar. Of course, it also requires the provision of the thermal properties of the material being heated, analogously to that already seen for the finite difference model. The time required to solve the system of equations for a time step is approximately 5 seconds using a Pentium 166 MHz microcomputer. The program is designed in order to minimize the calculation time, keeping all variables in memory Machine RAM; only the end result is stored on the hard disk. The system of equations was solved using the method of successive approximations, using a variable approximation factor. In addition, the program has its own routines module to generate output of the results in graphic form.

As can be seen, this type of program is mathematically transparent to the user, who does not have to worry about developing programs for solving the equations that describe the heat transfer process. In this way, the user saves time for the development of a realistic model and can focus on defining more precise boundary conditions.

## Comparison Between Calculated and Measured Data

The results produced by the models described in the previous item were compared with real data of the thermal profiles of reheated slabs in furnace number 2 of the Rolling Plate Thickness line [7]. The temperature data along the thickness of the plate, obtained by thermocouples, were stored during the passage of the plate by the oven in an electronic device ("baratinha"), placed in a double thermal box, filled with water and ice, and protected by a refractory blanket. The monitored plate during this experiment averaged 250 x 1,900 x 3,070 mm, and was made of C-Mn steel, whose chemical composition was 0.14% C, 0.80% Mn, 0.23% Si and 0.035% Al. It was heated for a total of 172 minutes, remaining 69 minutes in the preheating zone, 52 minutes in the heating zone and 49 in the flood zone. For the modeling purposes, the following set-up temperatures, measured by the oven's upper thermocouples: 1250, 1310 and 1260 °C, respectively, were assumed in the preheating, heating and watering zones. It is assumed temperature of the smoke channel of the order of 990 °C and the initial temperature of the plate 25 °C. These data correspond approximately to those observed during the experiment.

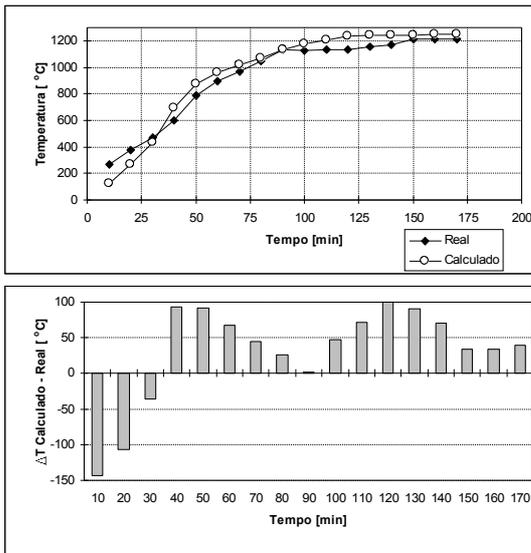
Table I allows to compare the overall performance of the models for calculating the thermal profile of the plate by the Finite Differences Method and the Finite Element Method, using the Pearson correlation coefficient  $r$  and the standard error of the estimate, considering distant points 10, 60 and 110 mm from the top surface of the plate. It is interesting to observe that the model based on the Finite Differences Method presented smaller errors for points of the plate closer to the surface in relation to the model based on the Finite Element Method. However, as the temperature is calculated for more internal points on the plate, the performance of the models is reversed.

	10 mm		60 mm		110 mm	
	$r$	EPE [°C]	$r$	EPE [°C]	$r$	EPE [°C]
M.D.F.	0,991	74	0,987	136	0,984	146
M.E.F.	0,981	126	0,993	101	0,998	25

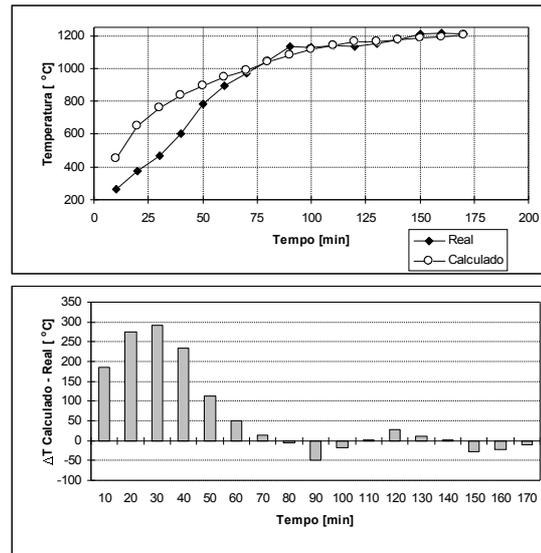
**Table I:** Level of precision obtained by the mathematical models based on the Finite Differences Method and the Finite Element Method to calculate the thermal profile of the reheated plates, as a function of the distance from the upper surface of the plate.

Figure 1 shows a comparison between the results obtained by the two models with respect to the temperature profiles at 10 mm distance from the upper surface of the plate. While the results obtained by the Finite Differences Method show a relatively constant deviation from the real temperature curve over the whole measured time, the values calculated by the Finite Element Method show more pronounced deviations for the initial settling times than are practically double those observed for the other method. However, the situation reverses from the 75-minute warm-up time when the error produced by the Finite Element Method tends to be lower than that observed for the Finite Differences Method. In fact, at the time of the disintegration, the error for the first method was of the order of -11 °C, while for the second it was approximately 40 °C. This is a favorable aspect to the Finite Element Method since, operationally, the that really matters is the forecast of the level of watering at the time of disembedding.

Figure 2 is analogous to the previous one, but now considering the point distant 60 mm from the upper surface of the plate. The performance of the Finite Differences Method is initially higher, but quickly degrades after 40 minutes of settling. However, the results obtained by the Finite Element Method, which are initially much worse than those obtained by the other method, begin to approximate the real data from the same settling period, gradually improving until the plate is unburned. In fact, at this moment the difference between the result of this model and the actual data is zero, whereas in the case of the Finite Differences Method it is approximately 80 °C.



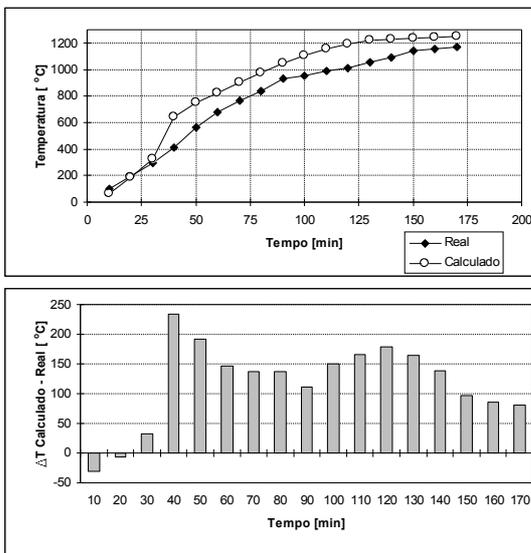
(a)



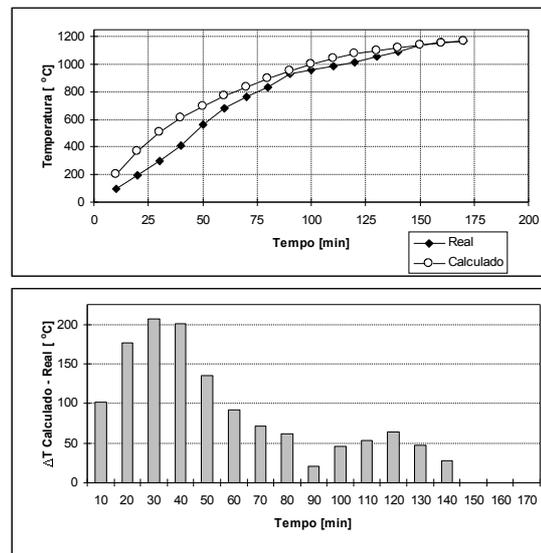
(b)

**Figure 1:** Comparison between the actual results and those calculated by (a) Finite Differences Method and (b) Finite Element Method, considering the thermal evolution verified at 10 mm of the upper surface of the plate.

The results obtained for the latter case - the point 110 mm away from the upper surface - can be seen in Figure 3. The results obtained by the Finite Differences Method were very close to the real data until 30 minutes of reheating, from where significantly overestimated the results obtained. This difference, in a first moment, reached 286 ° C, gradually falling over time. However, at the moment of the disengagement, this difference was significant, of the order of 96 o C. In turn, the performance of the Finite Element Method was much better, showing deviations of the order of 20 o C, except in the intermediate region of the furnace, when the observed deviation has increased, recording a maximum underestimate -59 C. However, when the desenformamento, the difference between the measured and calculated values is relatively small, on the order of -13 ° C



(a)



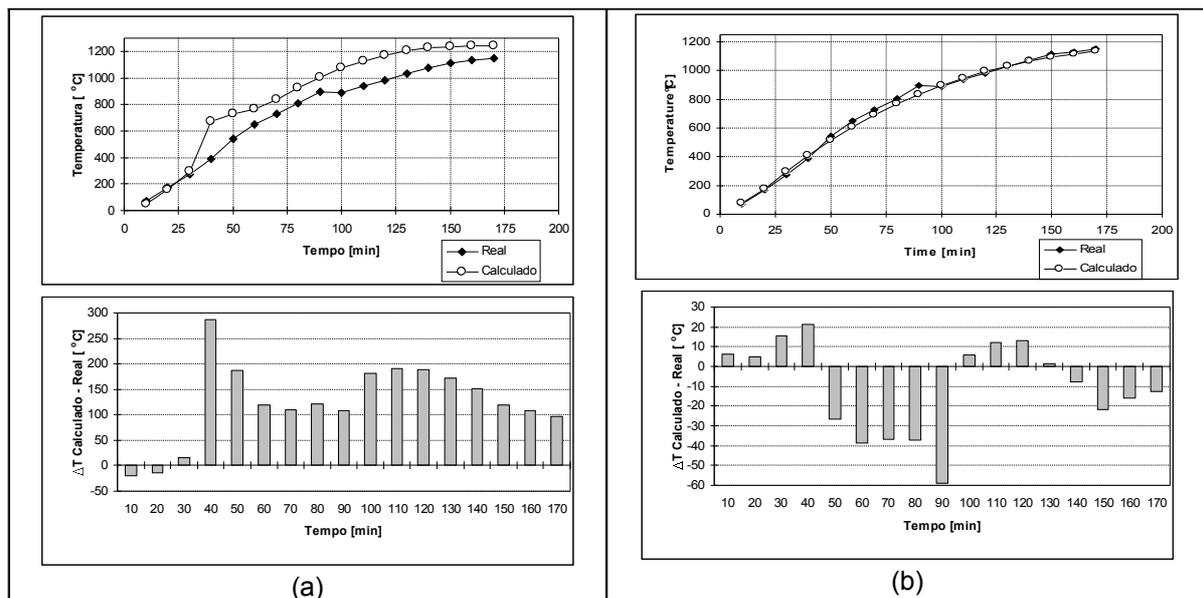
(b)

**Figure 2:** Comparison between the actual results and those calculated by (a) Finite Differences Method and (b) Finite Element Method for the thermal evolution verified at 60 mm from the upper surface of the plate.

Although the overall performance of the Finite Element Method has been slightly lower in the case of thermal profiles measured at 10 mm from the upper surface, it has always predicted temperatures at the

moment of deformation with a better level of accuracy than the other method for all measured points. In addition, its overall performance was better than that of the other method in the other two points studied. It can therefore be concluded that the Finite Element Method effectively performed better than the Finite Differences Method.

On the other hand, it should be emphasized that this evaluation is preliminary. In fact, both models should have been adjusted according to the actual measured data of the thermal profiles themselves, in order to have their accuracy level increased. However, this work only has significance within a broad program for the development of mathematical modeling for the Reheating Furnace, which requires a higher level of instrumentation and data acquisition in the equipment, as well as a greater number of thermal profiling data on the plate, considering the different operating conditions and dimensions of plates processed by the kiln.



**Figure 3:** Comparison between the actual results and those calculated by (a) Finite Differences Method and (b) Finite Element Method for the thermal evolution verified at 110 mm from the upper surface of the plate.

## Conclusions

The objective of this work was to make a preliminary comparison between mathematical models for calculating the thermal profile of reheated slabs before the rolling of thick plates, using respectively the Finite Differences Method and the Finite Element Method.

1. It was found that, when considering points relatively close to the upper surface of the plate (10 mm), the model based on the Finite Differences Method presented better overall performance. However, at the moment of the unsetting, which is the point where the calculation model is required, the results provided by the Finite Element Method were more accurate.
2. As for the other points along the thickness considered for the gauging of the models (60 and 110 mm), it was verified that the overall performance of the model based on the Finite Element Method was better than the other approach, although the performance of the Method of Finite Differences was higher at the beginning of the plate passage through the oven.
3. Therefore, in general, the Finite Element Method proved to be superior to the Finite Differences Method for the mathematical modeling of the evolution of the thermal plate soak during its reheating before hot rolling. In the specific case of the program used here, other additional advantages are the user-friendly interface at the time of problem definition, as well as allowing the user not to worry about programming the mathematical methods to solve the problem. This streamlines modeling, allowing the user to focus on the most crucial aspects of the problem.

## **Bibliography**

JANATA, J. Archive für das Eisenhüttenwesen, Sept. 1982, 343-48.

JANATA, J. Archive für das Eisenhüttenwesen, Sept. 1981, 353-58.

JANATA, J. Archive für das Eisenhüttenwesen, May 1983, 209-14.

VESLOCKI, T. Iron and Steel Engineer , April 1982, 46-51.

KREITH, F. Principles of Heat Transmission , Edgard Blücher, São Paulo, 1977, 550 p.

JAKOB, M. Heat Transfer , vol. I. John Wiley & Sons, New York, 1975, 495 p.

GORNI, AA and others. Determination of the Thermal Profile of the Plate along the Reheating Furnace of the Thick Sheet Laminator. Internal Report of COSIPA, May 1997, 22 p.

# Comparação Preliminar Entre Abordagens Para O Modelamento Matemático Do Perfil Térmico De Placas Durante Seu Reaquecimento <sup>1</sup>

Antonio Augusto Gorni <sup>2</sup>

Vicenzo Bruno Formica <sup>3</sup>

Ovidiu Bogdan<sup>4</sup>

## RESUMO

Foi feita uma avaliação preliminar do desempenho do Método das Diferenças Finitas e do Método dos Elementos Finitos no cálculo do perfil térmico ao longo do tempo em pontos selecionados de placas reaquecidas. Os resultados obtidos a partir desses algoritmos, efetuados sem ajuste dos modelos aos dados experimentais, revelaram que o Método dos Elementos Finitos apresentou melhor desempenho global, calculando com melhor precisão a temperatura no momento do desenformamento. Contudo, essa avaliação ainda é parcial, uma vez que o desenvolvimento de um modelo matemático eficiente para o controle automático de um forno de placas requer melhor instrumentação no equipamento e maior quantidade de dados para que os algoritmos sejam adequadamente ajustados às condições operacionais peculiares da linha.

Palavras-Chave: Forno de Reaquecimento de Placas, Modelamento Matemático, Método das Diferenças Finitas, Método dos Elementos Finitos

## - INTRODUÇÃO

A operação racional e econômica dos fornos de reaquecimento de placas exigem que o processo seja conduzido de forma a maximizar sua economia de energia e seu rendimento metálico, sem contudo afetar a homogeneidade de encharque do material.

Uma das ferramentas mais poderosas no sentido de se otimizar a condução deste processo são modelos matemáticos eficazes e comprovadamente aferidos em relação à realidade operacional da planta.

Os modelos matemáticos de fornos de reaquecimento de placas podem ser utilizados *off-line*, viabilizando a simulação de diversas condições operacionais e seus

---

<sup>1</sup> Trabalho a ser apresentado no Seminário Interno de Laminação da Companhia Siderúrgica Paulista – COSIPA, Abril de 1998.

<sup>2</sup> Engenheiro de Materiais, Mestre em Engenharia, Pesquisador da Gerência de Pesquisa e Desenvolvimento de Produto da Companhia Siderúrgica Paulista – COSIPA. E-Mail: agorni@uol.com.br

<sup>3</sup> Engenheiro Metalurgista e de Qualidade (A.S.Q.C.), Analista de Processos da Gerência de Laboratório da Companhia Siderúrgica Paulista – COSIPA.

<sup>4</sup> Engenheiro de Software, IndustrialSoft, Montreal, Canada

reflexos na qualidade do encharque do material, sua condição superficial, consumo de energia, emissão de poluentes, etc. Estes modelos podem atingir alto grau de sofisticação, pois os fenômenos de transporte que ocorrem em fornos industriais são complexos, incluindo processos simultâneos de combustão, fluxo de fluidos e transferência de calor. O modelamento em escala tridimensional representa o grau máximo de sofisticação que esses modelos podem assumir. Os resultados obtidos por esses modelos permitem definir as condições otimizadas de processo.

Estas simulações complexas também embasam o desenvolvimento de modelos matemáticos mais simples mas igualmente eficazes, de rápida execução, a serem aplicados no controle *on-line* do forno através de sistemas de automação. Neste caso, os modelos matemáticos devem ter pequeno porte, pois sua resposta deve ser a mais rápida possível para agilizar o processo de tomada de decisões durante o processo de reaquecimento.

Este trabalho tem como objetivo efetuar uma avaliação preliminar de dois tipos de modelamento matemático para o forno de reaquecimento, baseando-se em dados reais de perfil térmico de placas, medidos no Laminador de Chapas Grossas da COSIPA. O primeiro deles, desenvolvido na COSIPA, foi baseado no Método das Diferenças Finitas. O segundo, implementado pela Industrial Soft, do Canadá, recorre ao Método dos Elementos Finitos. Uma vez que não há previsão de automação desse equipamento a médio prazo na COSIPA, este trabalho não procurará esgotar as possibilidades da adaptação desses modelos aos dados reais, desenvolvendo esse que será mais oportuno quando houver uma perspectiva mais sólida de aplicação efetiva desses modelos.

## - **DESENVOLVIMENTO**

### . **Detalhes do Equipamento**

O forno de reaquecimento de placas estudado neste trabalho está instalado na linha de Laminação de Chapas Grossas da Companhia Siderúrgica Paulista – COSIPA. Suas paredes internas são constituídas de revestimento refratário sílico-aluminoso, com cerca de 50% de alumina. Ele dispõe de queimadores de chama longa em suas zonas inferiores e com chama plana nas zonas superiores. Utiliza como combustíveis gás de coqueria, gás natural ou óleo combustível. Seus recuperadores são do tipo cerâmico e a chaminé possui tiragem natural. Sua potência de aquecimento é da ordem de 370 Mcal/t, considerando-se um ritmo médio de produção igual a 120 t/h de placas.

### . **Equacionamento da Transferência de Calor por Diferenças Finitas [1-6]**

Na maioria dos fornos industriais a radiação é a principal forma de transferência de calor. Ela é proveniente dos gases produzidos pela combustão e da superfície das paredes internas do forno, aquecendo a superfície da carga. O calor se transfere desde aí até o interior das peças através de processos de condução. Em certos casos, dependendo da magnitude das temperaturas envolvidas, deve-se considerar ainda o efeito de convecção na transferência de calor. A princípio, no caso específico dos fornos de reaquecimento de placas, ela pode ser desprezada, em função das altas temperaturas envolvidas.

A geometria interna peculiar de grande parte dos fornos industriais permite que ela seja expressa como sendo um par de placas infinitas. Quando se considera transferência de calor exclusivamente por radiação, a situação não é muito diferente de uma superfície de um paralelepípedo com paredes laterais em regime de equilíbrio relativo. Esta aproximação é particularmente adequada quando o fluxo axial de radiação no forno não é expressivo.

A condução de calor em regime variável para dentro da carga pode ser expressa pela equação diferencial bidimensional de Fourier:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

onde  $\rho$  é a densidade do aço,  $C_p$  é seu calor específico,  $T$  é a temperatura,  $t$  é o tempo e  $\lambda$  é a condutividade térmica do material.

A geometria específica das placas permite que, numa primeira aproximação, se assuma transferência de calor unidimensional. O motivo desta simplificação está no fato de que o *software* para a resolução das equações de transferência de calor por diferenças finitas teve de ser especialmente desenvolvido para este trabalho. Conseguiu-se desse modo reduzir-se o tempo de desenvolvimento do modelo matemático sem afetar significativamente sua precisão. Caso contrário, o tempo de desenvolvimento do modelo, que, mesmo com essa simplificação, já foi significativo, seria ainda maior.

A condição de contorno para uma superfície é definida pela equação,

$$K \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_S = \sigma \mathfrak{F} A (T_f^4 - T_s^4) + H_c (T_g - T_s) \quad (2)$$

onde  $K$  é a condutividade térmica da placa,  $y$  é a espessura da placa,  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $\mathfrak{F}$  é o fator de forma,  $A$  é a área superficial da placa,  $T_f$  é a temperatura do forno,  $T_s$  a temperatura na superfície da placa,  $T_g$  a temperatura dos gases aquecidos que constituem a atmosfera do forno e  $H_c$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção. Esta equação fica completamente definida considerando-se as condições iniciais de distribuição de temperatura ao longo da carga no instante inicial do aquecimento. Sua solução foi feita através da aplicação do método das diferenças finitas, desprezando-se a segunda parcela, que se refere à transferência de calor por convecção.

Foi assumido que o aquecimento da placa ocorreu de maneira simétrica ao longo da espessura, ou seja, que a evolução de temperatura foi similar tanto na metade superior da placa quanto em sua metade inferior. Isto não corresponde exatamente à realidade operacional, mas simplifica bastante o problema, tornando-se válida como uma primeira aproximação para a resolução do problema.

As paredes refratárias do forno, aquecidas pelas chamas dos queimadores, transferem calor até a superfície das placas por radiação. Já o interior das placas é aquecido a partir de suas superfícies por condução. Logo, o perfil térmico da placa é determinado por equações de transferência de calor por condução. Supondo-se que a componente de transferência de calor por convecção seja desprezível, temos que o coeficiente de transferência térmica por radiação  $H_{rd}$  pode ser calculado pela seguinte fórmula:

$$H_{rd} = \mathfrak{F} \sigma \frac{(T_f^4 - T_s^4)}{(T_f - T_s)} \quad (3)$$

Uma vez que se assumiu que a placa, a abóboda e a soleira do forno podem ser considerados como sendo planos infinitos, a equação que descreve o fator de forma  $\mathfrak{F}$  é

$$\mathfrak{F} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{pl}} + \frac{1}{\varepsilon_f} - 1} \quad (4)$$

onde  $\varepsilon_{pl}$  é a emissividade da placa e  $\varepsilon_f$  é a emissividade das paredes de refratário sílico-aluminoso do forno. Logo, por exemplo, assumindo-se os respectivos valores de 0,8 e 0,6 para essas emissividades, temos que o fator de forma será igual a 0,364.

Assumindo-se a hipótese da condição unidimensional no sentido da espessura e supondo as perdas térmicas pelas longarinas desprezíveis, a equação (2) fica

$$K \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{z=e} = H_{rd} (T_f - T_s) \quad (5)$$

A adoção de hipóteses simplificadoras implica em desvios significativos em relação à realidade operacional. Por exemplo, o calor perdido na água de refrigeração pode representar 7,8% do calor total fornecido ao forno de placas pela queima de combustível. Este valor é equivalente ao calor absorvido por uma vazão de água de refrigeração da ordem de 230 m<sup>3</sup>/h, aquecida desde 25 até 40°C. Outro desvio considerável ocorre ao se considerar as paredes refratárias do forno como sendo adiabáticas; na verdade, a perda através delas representa 6,7% do calor total fornecido ao forno de placas.

Estes erros, apesar de significativos, não afetam significativamente a precisão dos modelos matemáticos para determinação dos perfis térmicos da placa durante seu reaquecimento, não inviabilizando a sua adequação para uso em sistemas para controle automático de fornos de reaquecimento.

O modelo para cálculo dos perfis térmicos durante o reaquecimento das placas usando o método das diferenças finitas foi escrito em GWBasic. Seu tempo de execução não chega a exceder um minuto, considerando-se a divisão de metade da espessura em 10 segmentos iguais, que foi a condição utilizada nos cálculos para este trabalho. O programa requer o conhecimento das propriedades térmicas do material (condutividade térmica, calor específico, densidade) e sua dependência em relação às temperaturas envolvidas. Também a temperatura inicial da placa tem de ser conhecida.

### . Equacionamento da Transferência de Calor por Elementos Finitos

Neste caso foi utilizado um *software* mais amigável, que permite a resolução de problemas de transferência de calor a partir da descrição da configuração geométrica e condições térmicas do equipamento a ser modelado. A resolução matemática das equações, feita pelo Método dos Elementos Finitos, é transparente para o usuário.

Em função destas condições mais favoráveis, optou-se por se assumir transferência de calor bidimensional, ou seja, o modelo mapeia as temperaturas da placa tanto na direção da espessura como na da largura.

Neste caso específico, considerou-se que o aquecimento da placa foi simétrico tanto ao longo da largura como no da espessura do material. Conforme já foi dito anteriormente, isto não corresponde exatamente à realidade, particularmente no caso da espessura, mas simplifica razoavelmente o problema, permitindo uma primeira aproximação para o cálculo do nível de encharque da placa.

Neste caso, as condições iniciais são definidas pela equação (6), enquanto que as condições de contorno estão representadas pelas equações (7) a (9), de acordo com Diriclet (7), Cauchy (8) et Neumann (9):

$$T = T_0, t = 0 \quad (6)$$

$$T = g(x, y), \quad \forall M(x, y) \in S_T \quad (7)$$

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) + q = 0, \quad \forall N(x, y) \in S_q \quad (8)$$

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) + \alpha(T - T_0) = 0, \quad \forall P(x, y) \in S_\alpha \quad (9)$$

onde  $T_0$  é a temperatura no momento inicial do aquecimento,  $\mathbf{q}$  é o fluxo térmico,  $\alpha$  é o coeficiente global de transferência de calor e  $S_T$ ,  $S_q$  e  $S_\alpha$  são as superfícies onde se impõem as condições de contorno de Diriclet, Cauchy et Neumann.

As equações acima, juntamente com a equação (1), constituem a base do modelo matemático genérico para simulação de transferência de calor que ocorre durante processos metalúrgicos.

Em alguns processos metalúrgicos deve-se levar em conta que podem haver fontes internas de calor dentro do objeto que está sendo considerado no modelo térmico. Entretanto, sua quantificação é difícil de ser feita dentro da equação de Fourier, pois esse calor latente geralmente só ocorre num intervalo delimitado de temperaturas e pode aparecer de maneira não uniforme. Contudo, há alguns métodos que permitem sua inclusão dentro do modelo geral de transferência de calor. Por exemplo, a equação abaixo:

$$C'_l = C_l + \frac{L}{\delta T} \quad (10)$$

onde  $C'_l$  é o calor específico incluindo fonte interna,  $C_l$  é o calor específico sem fonte interna,  $L$  é o calor latente e  $\delta T$  é o intervalo de temperatura considerado.

O modelo analítico não pode ser resolvido em computadores diretamente na forma em que se encontra, sendo necessário transformá-lo numa equação integral. Essa conversão é possível, conhecendo-se a forma diferencial da equação de Fourier (1) e as condições de contorno (8) e (9). Obtém-se assim a seguinte fórmula:

$$\pi = \int_V \frac{1}{2} \left[ \lambda_T \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda_T \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dV + \int_V \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} T dV + \int_{S_q} q T dS + \int_{S_\alpha} \frac{\alpha}{2} (T - T_\alpha) dS \quad (11)$$

Considerando-se a discretização do domínio de análise  $V$ , na forma de elementos finitos de formato quadrilátero e funções de forma linear, pode-se propor a seguinte fórmula:

$$\hat{T}(x, y, t) = N_1(x, y) \cdot T_1(t) + N_2(x, y) \cdot T_2(t) + N_3(x, y) \cdot T_3(t) + N_4(x, y) \cdot T_4(t) \quad (12)$$

onde  $N_1(x, y)$ ,  $N_2(x, y)$ ,  $N_3(x, y)$  e  $N_4(x, y)$  são as funções de forma e  $T_1(t)$ ,  $T_2(t)$ ,  $T_3(t)$  e  $T_4(t)$  são as temperaturas dentro dos nós dos elementos finitos.

Considerando-se a função de aproximação da temperatura e impondo-se a condição estacionária teremos que:

$$\sum_I^n (\int_V e B^T DB T^e dV + \int_V e \rho C_p \frac{\partial \hat{T}}{\partial t} NdV + \int_{S_q} e q N^T dS + \int_{S_\alpha} e N N^T T^e dS + \int_{S_\alpha} e \alpha T_\alpha N^T dS) = 0 \quad (13)$$

Podemos agora escrever esta equação matricial sob a seguinte forma:

$$K_1^e \cdot \dot{T}^e + (K_2^e + K_3^e) \cdot T = K_4^e \quad (14)$$

Montando-se todos os elementos finitos do domínio analisado, obtém-se o sistema de equações final:

$$K_I \cdot \dot{T} + (K_2 + K_3) \cdot T = K_4 \quad (15)$$

Já a resolução do problema em regime não-estacionário é feita utilizando-se o método das diferenças finitas. Para se estimar as temperaturas iniciais, que constituirão a base para um novo ciclo de cálculo, são utilizadas as seguintes equações:

$$\left(\frac{2}{\Delta t} K_I + K_2 + K_3\right) \cdot T_{n+1} = \left(\frac{2}{\Delta t} K_I - K_2 - K_3\right) \cdot T_n + (K_{4,n+1} + K_{4,n}) \quad (16)$$

Note-se que  $n$  e  $n+1$  correspondem a duas etapas de tempo consecutivas  $t$  e  $t + dt$ .

Estas últimas equações permitem determinar a temperatura dentro dos nós dos elementos finitos no momento  $t+dt$  desde que se conheçam as temperaturas correspondentes ao momento  $t$ .

O modelo matemático descrito acima serviu como base para o desenvolvimento de um programa de computador para a resolução da equação de Fourier em regime não-estacionário, utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Este programa, chamado *SimCAD*, está escrito em linguagem Pascal e utiliza todas as três condições de contorno já descritas. Ele permite o uso de, no máximo, 10.000 elementos finitos, dispondo do recurso de geração automática de rede (*automeshing*). A malha aqui utilizada cobria um quarto da seção transversal da placa, ou seja, a área delimitada por metade da largura por metade da espessura. Ela era constituída por 100 pontos ao longo da largura por 14 ao longo da espessura. A descrição do sistema geométrico pode ser feita através de um programa de *Computer Aided Engineering*, como o AutoCAD, DesignCAD ou outro similar. Naturalmente, ele também requer o fornecimento das propriedades térmicas do material que está sendo aquecido, analogamente ao já visto para o modelo que usa diferenças finitas. O tempo necessário para se solucionar o sistema de equações para um passo de tempo é de aproximadamente 5 segundos utilizando-se um microcomputador Pentium 166 MHz. O programa foi concebido de modo a minimizar o tempo de cálculo, mantendo-se todas as variáveis na memória RAM da máquina; somente o resultado final é armazenado no disco rígido. O sistema de equações foi

resolvido utilizando-se o método das aproximações sucessivas, utilizando-se um fator de aproximação variável. Além disso, o programa dispõe de um módulo próprio de rotinas para gerar saída dos resultados em forma gráfica.

Como se pode observar, este tipo de programa é transparente do ponto de vista matemático para o usuário, que não precisa se preocupar em desenvolver programas para a resolução das equações que descrevem o processo de transferência de calor. Desse modo, o usuário economiza tempo para o desenvolvimento de um modelo realista, podendo concentrar sua atenção na definição de condições de contorno mais precisas.

## - AFERIÇÃO DOS RESULTADOS DOS MODELOS COM DADOS REAIS

Os resultados produzidos pelos modelos descritos no item anterior foram comparados com dados reais dos perfis térmicos de placas reaquentadas no forno número 2 da linha de Laminação de Chapas Grossas [7]. Os dados de temperatura ao longo da espessura da placa, obtidos através de termo-pares, foram armazenados durante a passagem da placa pelo forno num dispositivo eletrônico (“baratinha”), acondicionado numa caixa térmica dupla, preenchida com água e gelo, e protegida por uma manta refratária. A placa monitorada durante esta experiência media 250 x 1.900 x 3.070 mm, e era feita em aço ao C-Mn, cuja composição química era 0,14% C, 0,80% Mn, 0,23% Si e 0,035% Al. Ela foi aquecida durante um total de 172 minutos, permanecendo 69 minutos na zona de pré-aquecimento, 52 minutos na zona de aquecimento e 49 na zona de encharque. Para fins de modelamento, assumiu-se as seguintes temperaturas de “set-up”, medidas pelos termopares superiores do forno: 1250, 1310 e 1260°C, respectivamente nas zonas de pré-aquecimento, aquecimento e encharque. Assumiu-se temperatura do canal de fumaça da ordem de 990°C e a temperatura inicial da placa como sendo 25°C. Esses dados correspondem aproximadamente aos valores observados durante a experiência.

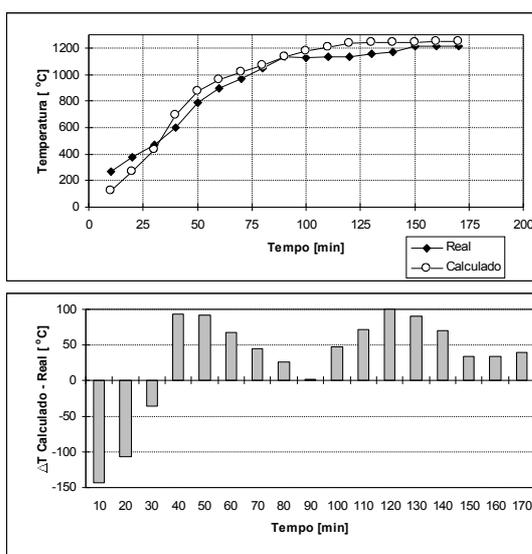
A tabela I permite comparar o desempenho global dos modelos para cálculo do perfil térmico da placa pelo Método de Diferenças Finitas e pelo Método de Elementos Finitos, através do coeficiente de correlação  $r$  de Pearson e do erro padrão da estimativa, considerando-se pontos distantes 10, 60 e 110 mm a partir da superfície superior da placa. É interessante observar que o modelo baseado no Método de Diferenças Finitas apresentou menores erros para pontos da placa mais próximos à superfície em relação ao modelo baseado no Método de Elementos Finitos. Contudo, a medida que se calcula a temperatura para pontos mais internos da placa, o desempenho dos modelos se inverte.

	10 mm		60 mm		110 mm	
	r	EPE [°C]	r	EPE [°C]	r	EPE [°C]
M.D.F.	0,991	74	0,987	136	0,984	146
M.E.F.	0,981	126	0,993	101	0,998	25

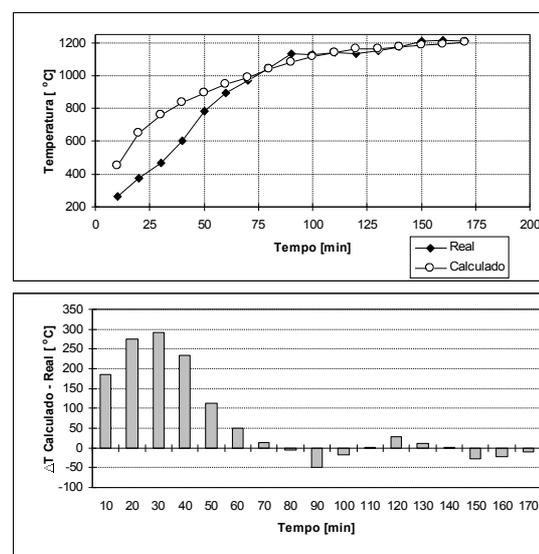
Tabela I: Nível de precisão conseguido pelos modelos matemáticos baseados no Método de Diferenças Finitas e no Método de Elementos Finitos para cálculo do perfil térmico das placas reaquecidas, em função da distância a partir da superfície superior da placa.

A figura 1 mostra uma comparação entre os resultados obtidos pelos dois modelos a respeito dos perfis de temperatura a 10 mm de distância da superfície superior da placa. Enquanto que os resultados obtidos pelo Método de Diferenças Finitas apresentam um desvio relativamente constante em relação à curva de temperaturas reais ao longo de todo o tempo medido, os valores calculados pelo Método de Elementos Finitos apresentam desvios mais acentuados para os tempos iniciais de enformamento, que são praticamente o dobro dos observados para o outro método. Contudo, a situação se inverte a partir dos 75 minutos de aquecimento, quando o erro produzido pelo Método de Elementos Finitos tendeu a ficar menor que o observado para o Método de Diferenças Finitas. De fato, no momento do desenformamento, o erro para o primeiro método era da ordem de  $-11^{\circ}\text{C}$ , enquanto que para o segundo foi de aproximadamente  $40^{\circ}\text{C}$ . Este é um aspecto favorável ao Método dos Elementos Finitos pois, operacionalmente, o que realmente interessa é a previsão do nível de encharque no momento do desenformamento.

A figura 2 é análoga à anterior, mas considerando agora o ponto distante 60 mm a partir da superfície superior da placa. O desempenho do Método de Diferenças Finitas é inicialmente superior, mas rapidamente se degrada após 40 minutos de enformamento. Já os resultados produzidos pelo Método de Elementos Finitos, inicialmente bem piores que os obtidos pelo outro método, passam a se aproximar dos dados reais a partir do mesmo período de enformamento, melhorando paulatinamente até o desenformamento da placa. De fato, neste momento a diferença entre o resultado desse modelo e o dado real é nula, enquanto que no caso do Método das Diferenças Finitas é de aproximadamente  $80^{\circ}\text{C}$ .



(a)



(b)

Figura 1: Comparação entre os resultados reais e os calculados pelo (a) Método de Diferenças Finitas e (b) Método de Elementos Finitos, considerando-se a evolução térmica verificada a 10 mm da superfície superior da placa.

Os resultados obtidos para o último caso – o ponto distante 110 mm a partir da superfície superior - podem ser vistos na Figura 3. Os resultados obtidos pelo Método das Diferenças Finitas foram bem próximos dos dados reais até 30 minutos de aquecimento, a partir de onde passaram a super-estimar significativamente os resultados obtidos. Essa diferença, num primeiro instante, chegou a 286°C, caindo gradativamente ao longo do tempo. Ainda assim, no momento do desenfornamento essa diferença foi significativa, da ordem de 96°C. Por sua vez, o desempenho do Método de Elementos Finitos foi bem melhor, apresentando desvios da ordem de 20°C, exceto na região intermediária do forno, quando o desvio observado aumentou, registrando-se uma subestimativa máxima de – 59°C. Contudo, no momento do desenfornamento, a diferença entre os valores medidos e calculados foi relativamente pequena, da ordem de –13°C.

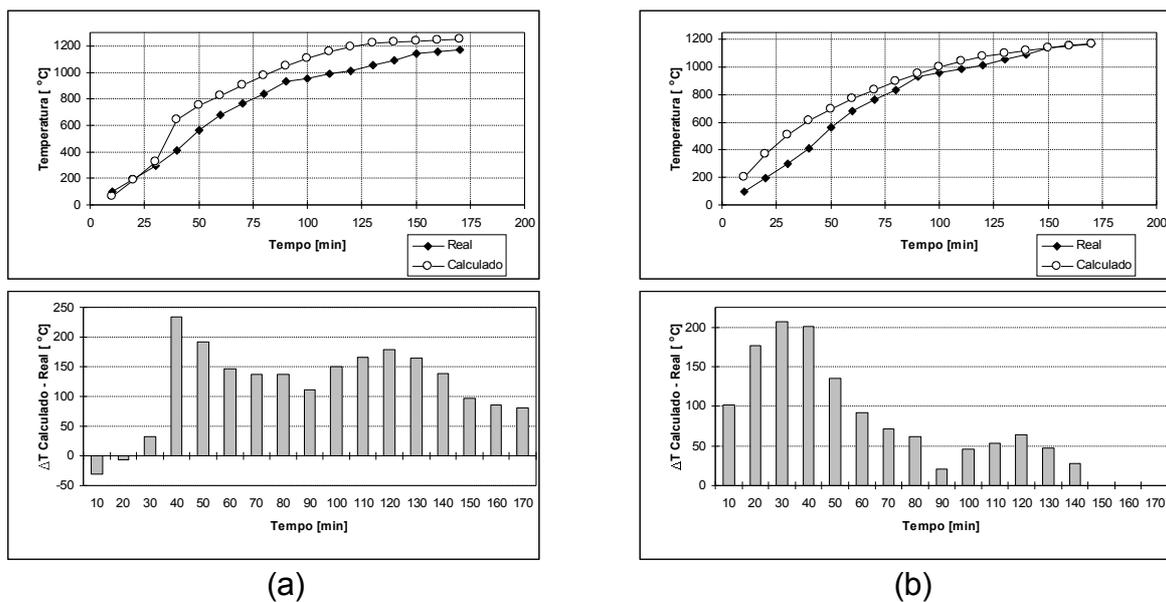


Figura 2: Comparação entre os resultados reais e os calculados pelo (a) Método de Diferenças Finitas e (b) Método de Elementos Finitos para a evolução térmica verificada a 60 mm da superfície superior da placa.

Apesar do desempenho geral do Método dos Elementos Finitos ter sido ligeiramente inferior no caso dos perfis térmicos medidos a 10 mm da superfície superior, ele sempre previu as temperaturas no momento de desenfornamento com melhor nível de precisão que o outro método para todos os pontos aferidos. Além disso, seu desempenho geral foi melhor do que o do outro método nos outros dois pontos estudados. Pode-se, portanto, concluir que o Método de Elementos Finitos efetivamente apresentou melhor desempenho que o Método das Diferenças Finitas.

Por outro lado, deve-se ressaltar que esta avaliação é preliminar. Na verdade, ambos os modelos deveriam ter sido ajustados em função dos próprios dados reais medidos dos perfis térmicos, para que tenham seu nível de precisão aumentado. Contudo, esse trabalho somente tem significado dentro de um amplo programa para desenvolvimento de modelamento matemático para o Forno de Reaquecimento, o que requer maior nível de instrumentação e aquisição de dados no equipamento, além de maior número de coletas de dados de perfil térmico na placa, contemplando as diversas condições operacionais e dimensões de placas processadas pelo forno.

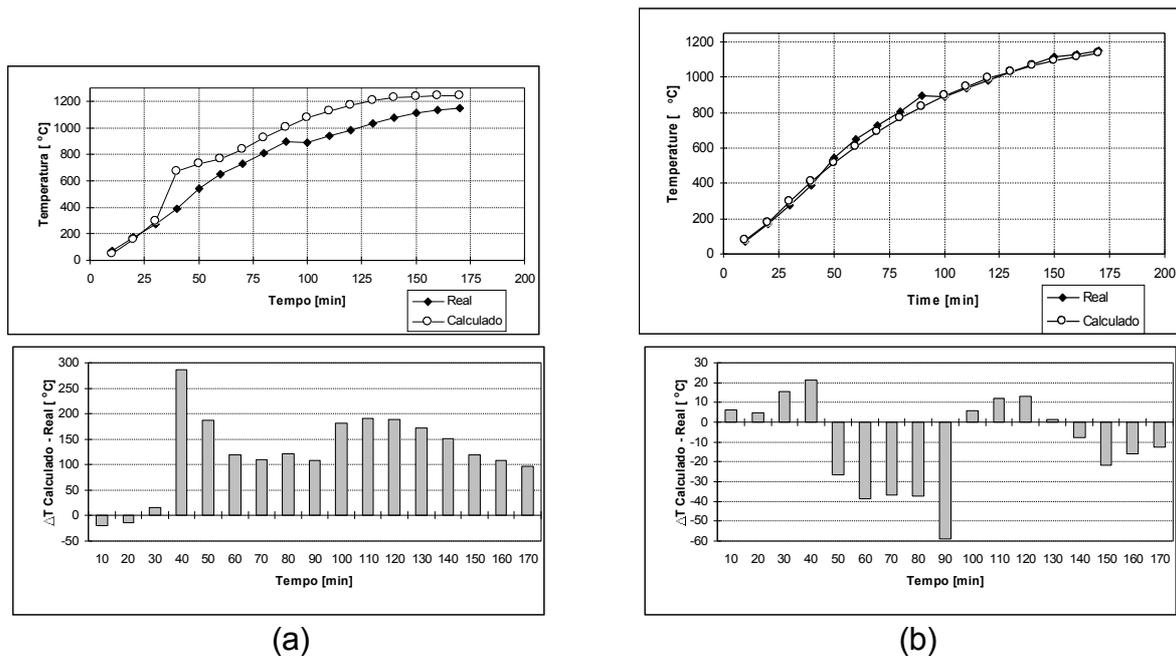


Figura 3: Comparação entre os resultados reais e os calculados pelo (a) Método de Diferenças Finitas e (b) Método de Elementos Finitos para a evolução térmica verificada a 110 mm da superfície superior da placa.

## - CONCLUSÕES

- Este trabalho teve como objetivo efetuar uma comparação preliminar entre modelos matemáticos para cálculo do perfil térmico de placas reaquecidas antes da laminação de chapas grossas, utilizando respectivamente o Método de Diferenças Finitas e o Método de Elementos Finitos.
- Constatou-se que, ao se considerar pontos relativamente próximos da superfície superior da placa (10 mm), o modelo baseado no Método das Diferenças Finitas apresentou melhor desempenho global. Contudo, no momento do desenformamento, que é o ponto onde se requer maior precisão do modelo de cálculo, os resultados proporcionados pelo Método de Elementos Finitos foram mais acurados.

- Já para os outros pontos ao longo da espessura considerados para a aferição dos modelos (60 e 110 mm), verificou-se que o desempenho global do modelo baseado no Método dos Elementos Finitos foi melhor que a outra abordagem, ainda que o desempenho do Método de Diferenças Finitas tenha sido superior no início da passagem da placa pelo forno.
  
- Logo, de maneira geral, o Método dos Elementos Finitos revelou-se superior ao Método das Diferenças Finitas para o modelamento matemático da evolução do encharque térmico da placa durante seu reaquecimento antes da laminação a quente. No caso específico do programa aqui utilizado, outras vantagens suplementares são a interface amigável com o usuário no momento da definição do problema, além de permitir que o usuário não se preocupe em programar os métodos matemáticos para resolução do problema. Isto agiliza o modelamento, permitindo que o usuário concentre sua atenção em aspectos mais cruciais do problema.

#### **- BIBLIOGRAFIA**

1. JANATA, J. Archive für das Eisenhüttenwesen, Sept. 1982, 343-48.
2. JANATA, J. Archive für das Eisenhüttenwesen, Sept. 1981, 353-58.
3. JANATA, J. Archive für das Eisenhüttenwesen, Mai 1983, 209-14.
4. VESLOCKI, T. Iron and Steel Engineer, April 1982, 46-51.
5. KREITH, F. Princípios de Transmissão de Calor, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1977, 550 p.
6. JAKOB, M. Heat Transfer, vol. I. John Wiley & Sons, New York, 1975. 495 p.
7. GORNI, A.A. e outros. Determinação do Perfil Térmico da Placa ao Longo do Forno de Reaquecimento do Laminador de Chapas Grossas. Relatório Interno da COSIPA, Maio 1997, 22 p.